

УДК 631.362

DOI: <https://doi.org/10.32515/2414-3820.2025.55.112-120>

Д.І. Петренко, доц., канд. техн. наук, С.М. Лещенко, доц., канд. техн. наук,  
Д.С. Недельський, здобувач третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти,  
І.О. Біліценко, здобувач третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти  
*Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна*  
*e-mail: petrenko.dimitriy@gmail.com*

## Математична модель роботи пневмогравітаційного сепаратора зернових сумішей

В роботі констатується, що повітряна сепарація є одночасно і найбільш розповсюдженою, і найбільш складною для проектування, що пов'язано зі складністю процесів аеродинамічної взаємодії зерноsumіші з потоком повітря. Результати аналізу проблеми підвищення якості пневмосепарації підтвердили перспективність використання сепараторів пневмогравітаційного типу, однак, питання їх функціонування недостатньо вивчено. Мета даної роботи – математичне моделювання технологічного процесу роботи пневмогравітаційного каналу, призначеного для сепарації зернових сумішей за аеродинамічними властивостями. За результатами аналітичного дослідження взаємодії зерноsumіші з середовищем і повітряним потоком одержано залежності траєкторій руху часток зерноsumіші у параметричній формі, використання яких дозволить виконати моделювання процесу розділення на фракції.

**моделювання, пневмогравітаційний канал, пневмосепарація, траєкторія руху**

**Постановка проблеми.** Нинішні умови функціонування держави диктують жорсткі вимоги до ефективності господарювання у всіх галузях, і агропромислова залишається однією з пріоритетних, особливо рослинництво [1]. Так, наряду з питаннями збереження і покращення родючості ґрунтів, якості посівного матеріалу тощо, нагальною проблемою останніми роками є і післязбиральний обробіток зібраного врожаю. Дане питання пов'язане з тим, що агровиробники, особливо середньої і малої потужності, не в змозі або не бачать необхідності в придбанні високоефективного обладнання для очищення і сортування зерноматеріалів. Таким чином, фермери середньої ланки вимушені використовувати або застарілі (морально і фізично) зерноочисні машини, або ж взагалі відмовляться від даного технологічного процесу, що призводить до зниження рентабельності виробництва [1].

Зважаючи на це, актуальним завданням є пошук рішень, які б дозволили машинобудівній промисловості випускати зерноочисне обладнання, що забезпечує належну ефективність роботи при мінімізації собівартості виготовлення.

Відомо, що найбільш затребуваними в рослинництві є машини, які сепарують зернові суміші за розмірними і аеродинамічними характеристиками [1–3]. При цьому, повітряна сепарація є одночасно і найбільш розповсюдженою, і найбільш складною для проектування, що пов'язано зі складністю процесів аеродинамічної взаємодії зерноsumіші з потоком повітря [1–5], відповідно це вимагає додаткових досліджень.

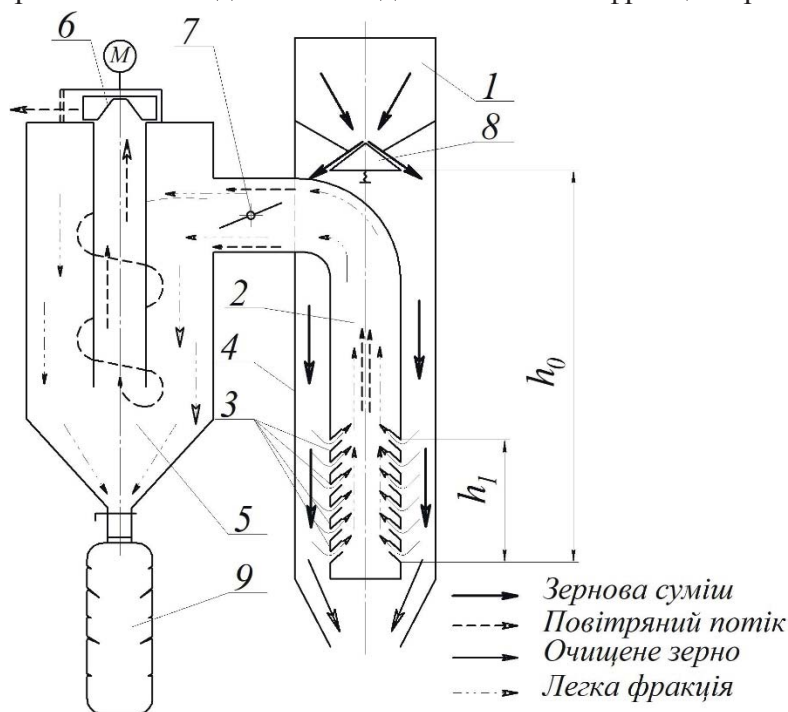
**Аналіз основних досліджень і публікацій.** Класична аеродинамічна сепарація зернових сумішей реалізується двома шляхами. Відповідно до одного, зерноsumіш, поміщена до повітряного потоку, розділяється на фракції за методом «зважування», коли «зважені» (легкі) частки підіймаються в умовно вертикальному напрямку, а «важкі» – йдуть сходом донизу [1, 4].

Інший передбачає поділ матеріалу методом «відхилення», коли частки з різними аеродинамічними властивостями відносяться (відхиляються) від початкового стану на різну величину, відповідно до їх аеродинамічних властивостей [1, 4].

При цьому, що в одному, що в іншому випадках, головною задачею є забезпечити рівномірне завантаження зерноsumіші та створення ідентичних умов взаємодії з потоком повітря, яке, до того ж, повинне характеризуватись рівномірним швидкісним полем [1, 7–9, 11].

Реалізувати дані вимоги вдалось в конструкції сепараторів пневмогравітаційного типу [12], які дозволяють забезпечити автокоригування параметрів системи відповідно до змінних умов [9].

Конструкція даного типу сепараторів (рис. 1) передбачає [9, 12] завантаження зерноsumіші до пневмогравіканалу 4 кільцевого перерізу у зоні  $h_0$ , після чого суміш рухається у вільному падінні до зони  $h_1$ , де починає діяти повітряний потік. Гіпотеза такого рішення передбачає попереднє розшарування зерноsumіші при вільному переміщенні у гравіканалі з подальшим виділенням легкої фракції через жалюзі 3.



1 – бункер; 2 – вакуумканал; 3 – жалюзі повітрязабірника; 4 – кільцевий пневмогравітаційний канал;  
5 – циклонний пилоочисник; 6 – вентилятор; 7 – регульовальна заслінка; 8 – конус-розподільник;  
9 – фільтр

Рисунок 1 – Функціональна схема сепаратора пневмогравітаційного типу

Джерело: розроблено авторами на підставі [12]

Наведена конструкція є досить простою у виробництві, крім того, дозволяє встановити системи автокоригування техніко-технологічними параметрами для забезпечення найбільшої ефективності роботи системи. Проте, для реалізації зазначеного необхідно отримати математичну модель його функціонування, яка дозволить реалізувати мехатронні підходи при проектуванні та виготовленні цієї та подібних систем.

**Постановка завдання.** Математичне моделювання технологічного процесу роботи пневмогравітаційного каналу, призначеного для сепарації зернових сумішей за аеродинамічними властивостями.

**Виклад основного матеріалу.** Згідно технологічної схеми (рис. 1), частки масою  $m$  починають вільне падіння у каналі на висоті  $h_0$  (рис. 2). Початкова швидкість в момент часу  $t_0 = 0$  становить  $\mathcal{G}_0$ .

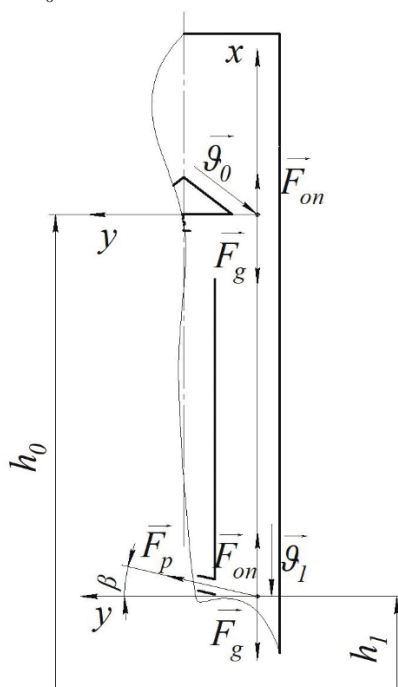


Рисунок 2 – Схема пневмогравітаційного каналу

Джерело: розроблено авторами з урахуванням [12]

Використовуючи декартову двомірну систему координат  $XOY$  (рис. 2), зважаючи на те, що вісь  $x$  розміщено вертикально і спрямовано вгору, складемо диференціальне рівняння руху зерноsumіші із врахуванням наявності опору середовища. Система матиме класичний вигляд і відомий розв'язок [2, 6, 7].

Сили, які діятимуть на частку при її переміщенні у гравітаційній частині каналу:

- сила тяжіння  $F_g$ , яка спрямована вниз і проекція якої на вісь  $x$

$$F_g = -mg, \quad (1)$$

де  $m$  – відповідна вагова характеристика частки;

$g$  – прискорення вільного падіння.

- сила опору  $F_{on}$ , яка пропорційна швидкості  $\mathcal{G}_x$  переміщення частки (лінійна модель)

$$F_{on} = -\kappa \mathcal{G}_x, \quad (2)$$

де  $\kappa$  – коефіцієнт опору (залежить від форми тіла, в'язкості середовища тощо). Знак мінус показує, що опір спрямований проти напрямку швидкості;

$\mathcal{G}_x$  – швидкість частки відносно вертикальної осі.

Скористаємось другим законом Ньютона [7]

$$\sum F_x = ma_x : -mg - \kappa \mathcal{G}_x = m \frac{d\mathcal{G}_x}{dt}. \quad (3)$$

Поділимо на  $m$  і позначимо  $\chi = \kappa / m$  (коефіцієнт, розмірність якого складе  $1/c$ ).

Тоді диференціальне рівняння руху (ДРР) відносно швидкості  $\mathcal{G}_x$

$$\frac{d\mathcal{G}_x}{dt} + \chi\mathcal{G}_x = -g. \quad (4)$$

Отримали лінійне диференціальне рівняння (ДДР) першого порядку, яке, для вирішення ДДР відносно  $\mathcal{G}_x$ , необхідно інтегрувати.

Відокремивши змінні, після інтегрування отримуємо залежність [14]

$$\begin{aligned} \ln|g + \chi\mathcal{G}_x| &= -\chi t + \chi C_1 \Rightarrow \\ g + \chi\mathcal{G}_x &= Ae^{-\chi t}, \text{ де } A = e^{-\chi C_1}, \text{ тоді} \\ \mathcal{G}_x(t) &= \frac{A}{\chi} e^{-\chi t} - \frac{g}{\chi}. \end{aligned} \quad (5)$$

Константа  $A$  класично визначається початковими умовами ( $t_0 = 0$ ), тоді швидкість становить  $\mathcal{G}_0$  і, оскільки частка падає, швидкість спрямована донизу, тому її проекція  $\mathcal{G}_x(0) = -\mathcal{G}_0$

$$A = g - \chi\mathcal{G}_0. \quad (6)$$

Рівняння (5) для швидкості як функції часу  $\mathcal{G}_x(t)$  після підстановки  $A$

$$\mathcal{G}_x(t) = \left( \frac{g}{\chi} - \mathcal{G}_0 \right) e^{-\chi t} - \frac{g}{\chi}. \quad (7)$$

Для знаходження величини швидкості на висоті  $h_1$  потрібно знайти швидкість  $\mathcal{G}_1$  (тобто  $\mathcal{G}_x$  коли  $x = h_1$ ), при цьому виключаємо час  $t$  з рівнянь. Для цього використовуємо залежність

$$\frac{d\mathcal{G}_x}{dt} = \mathcal{G}_x \frac{d\mathcal{G}_x}{dx}. \quad (8)$$

Таким чином, одержимо залежність

$$\mathcal{G}_x \frac{d\mathcal{G}_x}{dx} = -g - \chi\mathcal{G}_x, \quad (9)$$

з якої знаходимо швидкість як функцію координати ( $\mathcal{G}_x(x)$ )

$$dx = -\frac{\mathcal{G}_x}{g + \chi\mathcal{G}_x} d\mathcal{G}_x. \quad (10)$$

Виконавши поліноміальне ділення для спрощення інтегрування

$$\frac{\mathcal{G}_x}{g + \chi\mathcal{G}_x} = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{\chi\mathcal{G}_x}{g + \chi\mathcal{G}_x} = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{g + \chi\mathcal{G}_x - g}{g + \chi\mathcal{G}_x} = \frac{1}{\chi} \cdot \left( 1 - \frac{g}{g + \chi\mathcal{G}_x} \right),$$

одержимо

$$dx = \frac{1}{\chi} \cdot \left( \frac{g}{g + \chi\mathcal{G}_x} - 1 \right) d\mathcal{G}_x. \quad (11)$$

Виконавши інтегрування від початкового стану ( $x = h_0$ ,  $\mathcal{G}_x = -\mathcal{G}_0$ ) до кінцевого ( $x = h_1$ ,  $\mathcal{G}_x = \mathcal{G}_1$ ), матимемо

$$h_1 - h_0 = \frac{1}{\chi} \left[ \left( \frac{g}{\chi} \ln|g + \chi\mathcal{G}_1| - \mathcal{G}_1 \right) - \left( \frac{g}{\chi} \ln|g + \chi(-\mathcal{G}_0)| - (-\mathcal{G}_0) \right) \right]. \quad (12)$$

Оскільки  $\mathcal{G}_0$ ,  $g$  і  $\chi$  – додатні величини, ми можемо відкинути абсолютні значення

$$h_1 - h_0 = \frac{1}{\chi} \left[ \frac{g}{\chi} (\ln(g + \chi \mathcal{G}_1) - \ln(g - \chi \mathcal{G}_0)) - (\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_0) \right]. \quad (13)$$

Остаточний вигляд рівняння для швидкості  $\mathcal{G}_1$  набуде вигляду

$$h_1 - h_0 = \frac{g}{\chi^2} \ln \left( \frac{g + \chi \mathcal{G}_1}{g - \chi \mathcal{G}_0} \right) - \frac{\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_0}{\chi}. \quad (14)$$

Це трансцендентне рівняння відносно  $\mathcal{G}_1$  і аналітично виразити цю величину у явному вигляді неможливо через наявність і логарифмічного, і лінійного члена. Для отримання чисельного значення  $\mathcal{G}_1$  необхідно використовувати чисельні методи.

Тепер проаналізуємо, як зміниться траєкторія та диференціальні рівняння руху після досягнення частками висоти  $h_1$ , враховуючи, що тут починає діяти під кутом  $\beta$  відносно горизонтальної осі нова сила – сила повітряного потоку  $F_p$

$$F_p = m \cdot C_p \cdot V_p^2, \quad (15)$$

де  $C_p$  – коефіцієнт парусності;

$V_p$  – швидкість повітряного потоку.

Оскільки аеродинамічні характеристики є константами відносно визначеної частки, то припустимо, що вся сила  $F_p$  є постійною величиною після досягнення висоти  $h_1$ . Позначимо цю константу  $F_p = m \cdot C_p \cdot V_p^2 = \mathfrak{R}$ .

Для складання ДДР після  $h_1$  запишемо діючі тут на тіло сили як:

- сила тяжіння ( $F_g$ ):  $-mgi$ ;
- сила опору ( $F_{on}$ ):  $-\kappa \mathcal{G} = -\kappa(\mathcal{G}_x i + \mathcal{G}_y j)$ ;
- сила повітряного потоку ( $F_p$ ), яку розкладемо на складові:
  - проекція на горизонтальну вісь:  $F_{p,y} = F_p \cos \beta = \mathfrak{R} \cos \beta$ ;
  - проекція на вертикальну вісь:  $F_{p,x} = F_p \sin \beta = \mathfrak{R} \sin \beta$ .

Припустимо, що потік штовхає тіло у напрямку, що містить додатні  $x$  та  $y$  складові (якщо не вказано інше).

Запишемо рівняння руху вздовж осі  $x$

$$-mg - \kappa \mathcal{G}_x + \mathfrak{R} \sin \beta = m \frac{d\mathcal{G}_x}{dt}. \quad (16)$$

Поділивши на  $m$  і позначивши  $\chi = \kappa / m$  та  $A_x = (\mathfrak{R} / m) \sin \beta$ , одержимо

$$\frac{d\mathcal{G}_x}{dt} = -g - \chi \mathcal{G}_x + A_x. \quad (17)$$

Рівняння руху вздовж осі  $y$

$$-\kappa \mathcal{G}_y + \mathfrak{R} \cos \beta = m \frac{d\mathcal{G}_y}{dt}. \quad (18)$$

Позначимо  $A_y = (\mathfrak{R} / m) \cos \beta$  і після перетворень матимемо

$$\frac{d\mathcal{G}_y}{dt} = A_y - \chi \mathcal{G}_y. \quad (19)$$

Траєкторія руху тіла на висоті  $h_1$  кардинально зміниться і тепер являтиме собою планарну криву. Для вирішення ДДР (17) та (19) потрібні початкові умови в момент  $t_1$ , коли  $x(t_1) = h_1 : y(t_1) = 0$  (припускаємо, що попередня траєкторія частки відбувалась вздовж вертикальної осі);  $\mathcal{G}_x(t_1) = \mathcal{G}_1$ ;  $\mathcal{G}_y(t_1) = 0$ .

Після появи горизонтальної складової ( $y$ ), як бачимо з рівняння (19), частка почне прискорюватися в горизонтальному напрямку завдяки  $F_{p,y}$ . Горизонтальна швидкість  $\mathcal{G}_y$  буде асимптотично наближатися до кінцевої горизонтальної швидкості  $\mathcal{G}_{y,кінець} = A_y / \chi$ , а це означає, що частка почне відхилятися від вертикалі.

На вертикальний рух, крім сили тяжіння та опору, тепер діє постійна сила  $F_{p,x} = \Re \sin \beta$ . Якщо сила потоку досить велика ( $\Re \sin \beta \gg mg$ ), частка може почати сповільнюватися або навіть рухатися вгору, замість падіння. Вертикальна швидкість  $\mathcal{G}_x$  буде асимптотично наближатися до кінцевої вертикальної швидкості  $\mathcal{G}_{x,кінець} = (A_x - g) / \chi$ .

Оскільки рівняння для  $\mathcal{G}_x$  і  $\mathcal{G}_y$  – незалежні лінійні ДРР першого порядку, їх розв'язок буде наступним:  
горизонтальна складова

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_y(t_1) = 0 : 0 &= A_y / \chi + C_y \Rightarrow C_y = -A_y / \chi, \\ \mathcal{G}_y(t) &= \frac{dy}{dt} = \frac{A_y}{\chi} (1 - e^{-\chi(t-t_1)}); \end{aligned} \quad (20)$$

вертикальна складова

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_x(t_1) = \mathcal{G}_1 : \mathcal{G}_1 &= (A_x - g) / \chi + C_x \Rightarrow C_x = \mathcal{G}_1 - (A_x - g) / \chi, \\ \mathcal{G}_x(t) &= \frac{dx}{dt} = \frac{A_x - g}{\chi} + \left( \mathcal{G}_1 - \frac{A_x - g}{\chi} \right) e^{-\chi(t-t_1)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Траєкторію  $y(x)$  отримаємо шляхом інтегрування  $\mathcal{G}_x(t)$  та  $\mathcal{G}_y(t)$  по часу.

Горизонтальна вісь ( $\mathcal{G}_y(t)$ )

$$y(t) = \frac{A_y}{\chi} t + \frac{A_y}{\chi^2} e^{-\chi(t-t_1)} + C_y, \quad (22)$$

використовуємо початкову умову  $y(t_1) = 0$

$$C_y = -\frac{A_y}{\chi} t_1 - \frac{A_y}{\chi^2},$$

і одержуємо остаточне рівняння

$$y(t) = \frac{A_y}{\chi} (t - t_1) + \frac{A_y}{\chi^2} (e^{-\chi(t-t_1)} - 1). \quad (23)$$

Інтегруємо рівняння для  $\mathcal{G}_y(t)$  і для спрощення позначимо  $B = \frac{A_x - g}{\chi}$  та  $D = \mathcal{G}_1 - B$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_x(t) &= B + D e^{-\chi(t-t_1)}, \\ x(t) &= Bt - \frac{D}{\chi} e^{-\chi(t-t_1)} + C_x, \end{aligned} \quad (24)$$

використовуємо початкову умову  $x(t_1) = h_1$

$$C_x = h_1 - Bt_1 + \frac{D}{\chi},$$

і одержуємо остаточне рівняння

$$x(t) = h_1 + B(t - t_1) + \frac{D}{\chi}(1 - e^{-\chi(t-t_1)}). \quad (25)$$

Підставимо до рівняння (25) вирази для  $B$  і  $D$

$$x(t) = h_1 + \frac{A_x - g}{\chi}(t - t_1) + \frac{1}{\chi} \left( g_1 - \frac{A_x - g}{\chi} \right) (1 - e^{-\chi(t-t_1)}). \quad (26)$$

Отримані залежності  $x(t)$  та  $y(t)$  є параметричною формою траєкторії руху часток зерноsumіші. Для отримання траєкторій  $y(x)$  усіх часток потрібно з одного з цих рівнянь виразити  $t$  і підставити його в інше рівняння. Однак, через складність експоненціальних членів, аналітично виразити  $t$  неможливо. Тому, наступним етапом досліджень передбачається чисельне моделювання переміщення реальних часток зерноsumіші у пневмогравітаційному сепараторі.

**Висновки.** Аналізуючи результати аналітичного моделювання переміщення часток зерноsumіші в пневмогравітаційному каналі можемо констатувати:

1. Збільшення ефективної висоти пневмогравітаційного каналу ( $\Delta h = h_1 - h_0$ ) сприяє кращому розшаруванню часток (попередній сепарації внаслідок співвідношенню  $\chi = \kappa / m$ ), оскільки це дозволяє швидкостям часток максимально наблизитися до їхніх термінальних значень, які є унікальними для кожного типу матеріалу. При цьому збільшення  $\Delta h$  дає значний приріст ефективності сепарації лише до моменту, коли швидкість найважчої частки (зерна) досягне 95...99% її термінальної швидкості. Подальше збільшення висоти вже не дає істотного поліпшення. Натомість, занадто велика висота каналу призводить до збільшення габаритів та вартості обладнання. Крім того, при значній висоті каналу зростає турбулентність, що може погіршити чіткість сепарації, особливо для легких часток.

2. Легкі домішки внаслідок вищого опору середовищу (величина коефіцієнта парусності у 8...10 разів вище за зернові частки) мають суттєво більше відхилення в горизонтальному напрямку, порівняно з зерном основної культури.

3. Негативні кути розкриття жалюзі повітрязбірника вакуумкамери ( $\beta = -10^\circ \dots -15^\circ$ ) призведуть до від'ємного горизонтального відхилення ( $y < 0$ ), оскільки  $A_y$  залишається додатним, але  $A_x$  переходить в область від'ємних значень. Це призведе до підвищення втрат зернової фракції у відходах, оскільки сприятиме наближенню траєкторії зернових часток до повітрязбірників.

4. Зміна робочої швидкості потоку повітря  $V_p$  має суттєвий вплив на горизонтальне відхилення часток, оскільки сила ( $F_p$ ) пропорційна квадрату швидкості потоку повітря, а це обумовлює необхідність кореляції відносно вертикальної і горизонтальної складової швидкості переміщення часток.

## Список літератури

1. Моделювання технологічних процесів в типових об'єктах післязбиральної обробки і зберігання зерна (очищення, сепарація, сушіння, активне вентилявання, охолодження) : колект. монографія / Котов Б. І. та ін.; Нац. акад. аграр. наук України, Нац. наук. центр "Ін-т механізації та електрифікації сіл. госп-ва". Київ; Ніжин : Лисенко М. М. [вид.], 2017. 551 с.
2. Modeling of aerodynamic separation of preliminarily stratified grain mixture in vertical pneumatic separation duct / S. Kharchenko et al. *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11, no. 10. P. 4383. DOI: <https://doi.org/10.3390/app11104383>.

3. Обґрунтування конструктивної схеми пневморешітного сепаратора зерна / Васильковський О.М. та ін. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин: Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник*. Кропивницький : ЦНТУ. Вип. 51. 2021. С. 104-110. DOI: <https://doi.org/10.32515/2414-3820.2021.51.104-110>.
4. Areas of improvement of feeding devices for pneumatic separation channels / O. Nesterenko, O. Vasylovskiy, R. Kisilov. *Central Ukrainian Scientific Bulletin. Technical Sciences*. 2023. Col.7(38), Part II. S. 90–97. DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2023.7\(38\).2.90-97](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2023.7(38).2.90-97).
5. Алієв Е. Б., Гаврильченко О. С. Обґрунтування автоматизованої системи керування потоком повітря в аеродинамічному сепараторі насінневого матеріалу. *Сучасні проблеми вдосконалення технічних систем і технологій у тваринництві. Вісник Харківського Національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка*. Харків. 2019. Вип. 201. С. 132–140.
6. The mathematical modeling of changes in grain moisture and heat loss on adsorption drying from parameters of grain dryer / I.L. Rogovskii, S.P. Stepanenko, A.V. Novitskii, V.I. Rebenko. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*. 2020. Vol. 13. pp.1–7.
7. Аналіз одношарового руху зернового матеріалу у вертикальному пневмосепараційному каналі / О. В. Нестеренко, О. М. Васильковський, Р. В. Кісілов, В. М. Сало. *Центральноукраїнський науковий вісник: технічні науки: Збірник наукових праць*. Кропивницький : ЦНТУ, 2024. Вип. 9(40). Ч. 2. С. 31–40. DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9\(40\).2.31-40](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9(40).2.31-40)
8. Nesterenko, A.V., Leshchenko, S.M., Vasylovskiy, O.M., Petrenko, D.I. Analytical assessment of the pneumatic separation quality in the process of grain multilayer feeding. *INMATEH - Agricultural Engineering*. 2017. No.53(3). Pp. 65–70.
9. Мехатронний аналіз роботи пневмогравітаційного сепаратора зернових сумішей / Д. С. Недельський, Д. І. Петренко, С. М. Лещенко, О. М. Васильковський. *Центральноукраїнський науковий вісник: технічні науки : Збірник наукових праць*. 2025. Вип. 12(43). Ч. І. С. 245–252. DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2025.12\(43\).1.245-252](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2025.12(43).1.245-252).
10. Алієв Е.Б. Чисельне моделювання процесів агропромислового виробництва : підручник. Київ : Аграрна наука, 2023. 340 с. DOI: 10.31073/978-966-540-584-9.
11. Нестеренко О.В., Лещенко С.М., Васильковський О.М., Петренко Д.І. Оцінка рівномірності розподілу та засміченості зерна при його багаторівневому введенні в пневмосепаруючий канал. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин : Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник*. Кропивницький : ЦНТУ. Вип. 51. 2021. С. 111–116. DOI: <https://doi.org/10.32515/2414-3820.2021.51.111-116>.
12. Пневмогравітаційний сепаратор : пат. 153219 Україна : МПК В07В 4/02 (2006.01), В07В 7/01 (2006.01). № u 202203732 ; заявл. 05.10.2022 ; опубл. 07.06.2023, Бюл. № 23/2023.
13. Яхно О.М., Узунів О.В., Луговський О.Ф. та ін. Прикладна гідроаеромеханіка і мехатроніка : підручник. Вінниця : ВНТУ, 2017. 711 с.
14. Чисельні методи. Чисельне інтегрування функцій : навчальний посібник / Л. В. Крилик, І. В. Богач, А. І. Лісовенко. Вінниця : ВНТУ, 2019. 74 с.

## References

1. Kotov, V. I., et al. (2017). *Modeliuvannia tekhnolohichnykh protsesiv v typovykh ob'ekтах pisliazybralnoi obrobky i zberihannia zerna (ochyshchennia, separatsiia, sushinnia, aktyvne ventyluvannia, okholodzhennia)* [Modeling of technological processes in typical objects of post-harvest processing and grain storage (cleaning, separation, drying, active ventilation, cooling)]. National Academy of Agrarian Sciences of Ukraine. [in Ukrainian].
2. Kharchenko, S., et al. (2021). Modeling of aerodynamic separation of preliminarily stratified grain mixture in vertical pneumatic separation duct. *Applied Sciences*, 11(10), 4383. <https://doi.org/10.3390/app11104383>.
3. Vasylovskiy, O. M., et al. (2021). Obgruntuvannia konstruktyvnoi skhemy pnevmorishitnoho separatora zerna [Substantiation of the structural scheme of the pneumatic sieve grain separator]. *Konstruiuvannia, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia silskohospodarskykh mashyn*, (51), 104–110. <https://doi.org/10.32515/2414-3820.2021.51.104-110> [in Ukrainian].
4. Nesterenko, O., Vasylovskiy, O., & Kisilov, R. (2023). Areas of improvement of feeding devices for pneumatic separation channels. *Central Ukrainian Scientific Bulletin. Technical Sciences*, 7(38, Part II), 90–97. [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2023.7\(38\).2.90-97](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2023.7(38).2.90-97).
5. Aliev, E. B., & Havrylchenko, O. S. (2019). Obgruntuvannia avtomatyzovanoi systemy keruvannia potokom povitria v aerodynamichnomu separatori nasinnievoho materialu [Substantiation of an automated control system for air flow in an aerodynamic seed separator]. *Visnyk Kharkivskoho Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu Silskoho Hospodarstva imeni Petra Vasylenka*, 201, 132–140. [in Ukrainian].

6. Rogovskii, I. L., Stepanenko, S. P., Novitskii, A. V., & Rebenko, V. I. (2020). The mathematical modeling of changes in grain moisture and heat loss on adsorption drying from parameters of grain dryer. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 13, 1–7.
7. Nesterenko, O. V., Vasylovskiy, O. M., Kisilov, R. V., & Salo, V. M. (2024). Analiz odnosharovoho rukhu zernovoho materialu u vertykalnomu pnevmoseparatsiinomu kanali [Analysis of single-layer movement of grain material in a vertical pneumatic separation channel]. *Tsentrlnoukrainskyi naukovyi visnyk: tekhnichni nauky*, 9(40, Ch. 2), 31–40. [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9\(40\).2.31-40](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9(40).2.31-40) [in Ukrainian].
8. Nesterenko, A. V., Leshchenko, S. M., Vasylovskiy, O. M., & Petrenko, D. I. (2017). Analytical assessment of the pneumatic separation quality in the process of grain multilayer feeding. *INMATEH - Agricultural Engineering*, 53(3), 65–70.
9. Nedielskyi, D. S., Petrenko, D. I., Leshchenko, S. M., & Vasylovskiy, O. M. (2025). Mekhatronnyi analiz roboty pnevmogravitatsiinoho separatora zernovykh sumishei [Mechatronic analysis of the pneumatic gravity separator operation of grain mixtures]. *Tsentrlnoukrainskyi naukovyi visnyk: tekhnichni nauky*, 12(43, Ch. I), 245–252. [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2025.12\(43\).1.245-252](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2025.12(43).1.245-252) [in Ukrainian].
10. Aliev, E. B. (2023). *Chyselne modeliuвання protsesiv ahropromysloвого vyrobnytstva* [Numerical modeling of agro-industrial production processes]. *Ahrarna nauka*. <https://doi.org/10.31073/978-966-540-584-9> [in Ukrainian].
11. Nesterenko, O. V., Leshchenko, S. M., Vasylovskiy, O. M., & Petrenko, D. I. (2021). Otsinka rivnomirnosti rozpodilu ta zasmichenosti zerna pry ioho bahatorivnevomu vvedenni v pnevmoseparuiuchyi kanal [Assessment of the uniformity of distribution and contamination of grain during its multi-level introduction into the pneumatic separation channel]. *Konstruiuvannya, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia silskohospodarskykh mashyn*, (51), 111–116. <https://doi.org/10.32515/2414-3820.2021.51.111-116> [in Ukrainian].
12. *Pnevmogravitatsiinyi separator* [Pneumogravity separator] (Patent No. 153219). (2023). Ukrainian Intellectual Property Institute. [in Ukrainian].
13. Yakhno, O. M., Uzunov, O. V., Luhovskiy, O. F., et al. (2017). *Prykladna hidroaeromekhanika i mekhanotronika* [Applied hydroaeromechanics and mechatronics]. Vinnytsia National Technical University. [in Ukrainian].
14. Krylyk, L. V., Bohach, I. V., & Lisovenko, A. I. (2019). *Chyselni metody. Chyselne intehruvannya funktsii* [Numerical methods. Numerical integration of functions]. Vinnytsia National Technical University. [in Ukrainian].

**Dmytro Petrenko**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Sergii Leshchenko**, Assoc. Prof., PhD tech. sci., **Dmytro Nedelsky**, a graduate of the PhD tech. sci., **Ihor Bilitsenko**, a graduate of the PhD tech. sci.

*Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine*

### **Mathematical Model the Operation of a Pneumogravity Separator for Grain Mixtures**

The work states that air separation is both the most widespread and the most difficult to design, which is associated with the complexity of the processes of aerodynamic interaction of the grain mixture with the air flow. The results of the analysis of the problem of improving the quality of pneumatic separation confirmed the prospects of using pneumatic-gravity type separators, however, the issue of their functioning has not been sufficiently studied. The purpose of this work is mathematical modeling of the technological process of the operation of a pneumatic-gravity channel designed for the separation of grain mixtures by aerodynamic properties.

According to the results of an analytical study of the interaction of the grain mixture with the environment and the air flow, the dependences of the trajectories of the grain mixture particles in a parametric form were obtained, which allowed us to establish the following. Increasing the effective height of the pneumatic-gravity channel contributes to better particle stratification, since this allows the particle velocities to approach their terminal values, which are unique for each type of material, as much as possible. Light impurities due to higher resistance to the environment have a significantly greater deviation in the horizontal direction, compared to the grain of the main crop. Negative angles of opening of the air intake shutters of the vacuum chamber will lead to a negative horizontal deviation, which will lead to increased losses of the grain fraction in the waste, as it will contribute to the approximation of the trajectory of grain particles to the air intakes. Changing the operating speed of the air flow has a significant impact on the horizontal deviation of particles, since the force is proportional to the square of the air flow velocity, and this necessitates the correlation of the vertical and horizontal components of the particle movement speed.

**modeling, pneumogravity channel, pneumoseparation, motion trajectory**

*Одержано (Received) 21.10.2025*

*Прорецензовано (Reviewed) 14.11.2025*